

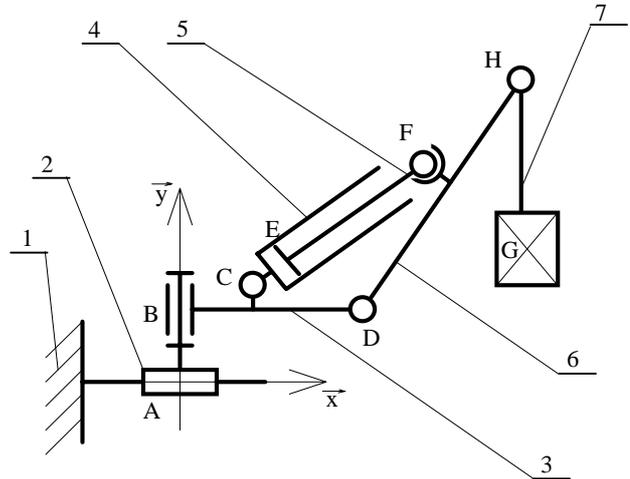
PRESENTATION :

Les pièces ou ensembles de pièces qui sont soumis à l'action extérieure de trois forces se retrouvent relativement souvent. Le mode de calcul ici proposé utilisera la méthode des torseurs. Nous pourrons ensuite généraliser cette méthode aux pièces soumises à n forces extérieures.

Nous verrons ensuite comment réaliser une analyse sans les torseurs.

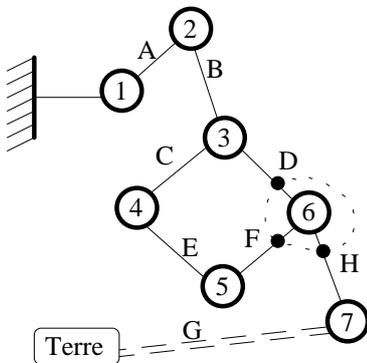
A partir du même dispositif que le chapitre précédent, nous nous proposons de faire l'étude d'une pièce de ce système qui se trouve être soumise à trois forces.

Il semble évident que le sujet de l'étude proposée n'est que le schéma cinématique d'un système réel et qu'il faudra fréquemment réaliser la schématisation avant une étude mécanique poussée.

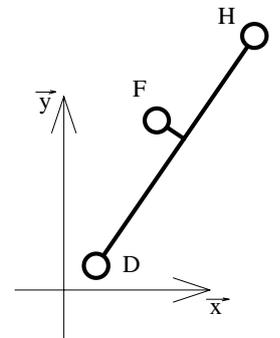


ETUDE DE L'EQUILIBRE DE LA PIECE 6.

↳ **Système isolé :** $\{S\} = \{6\}$



Ce qui nous donne graphiquement :



- Les actions extérieures : $\vec{D}_{3/6}$, $\vec{F}_{5/6}$ et $\vec{H}_{7/6}$

↳ **Hypothèses générales :**

Unité : le m et le dan

Nous considérons que nous avons fait l'étude préalable des actions à partir d'une pression $p=10bars$, d'un rayon de piston $R=0,1m$ et d'un angle d'inclinaison du vérin de $\alpha=35^\circ$. Nous avons trouvé :

$$\bullet \left\{ \begin{array}{l} \vec{T}_{5/6} \\ F \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -2573 \\ -1801,5 \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_{O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} \quad \text{et que } DF = \begin{pmatrix} 8 \\ 19 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nous savons aussi, d'après le *chapitre système à deux forces* que :

$$\bullet \quad \left\{ \mathbf{T}_{7/6} \right\}_H = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -Y_{7/6} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} \quad \text{et que } DH = \begin{pmatrix} 20 \\ 31 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Après avoir utilisé le principe des actions mutuelles.
La direction (*et non le sens*) de cette action est la droite **GH**.

🔗 Résolution :

➔ *Inventaires des actions extérieures et des liaisons associées :*

❶ - $\vec{F}_{5/6}$: Liaison linéaire annulaire d'axe incliné de 35° par rapport à \vec{x} .
Le torseur est de cette allure :

$$\left\{ \mathbf{T}_{5/6} \right\}_F = \left\{ \begin{array}{c|c} -2573 & 0 \\ -1801,5 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

❷ - $\vec{D}_{3/6}$: Liaison pivot d'axe \vec{z} .
Le torseur en spatial nous donne :

$$\left\{ \mathbf{T}_{3/6} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{3/6} & L_{3/6} \\ Y_{3/6} & M_{3/6} \\ Z_{3/6} & 0 \end{array} \right\}_{O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

❸ - $\vec{H}_{7/6}$: Liaison pivot d'axe \vec{y}
Nous savons déjà que le torseur a cette forme analytique :

$$\left\{ \mathbf{T}_{7/6} \right\}_H = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -Y_{7/6} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

➔ *Transport des torseurs au point choisi :* En D

❶ - $\vec{F}_{5/6}$: Le torseur est de cette allure :

$$\left\{ \mathbf{T}_{5/6} \right\}_F = \left\{ \begin{array}{c|c} -2573 & 0 \\ -1801,5 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

Le transport d'un point de réduction à un autre point de réduction agit uniquement sur le moment. On retrouve le moment du torseur au nouveau point de réduction à l'aide de cette relation vectorielle :

$$\vec{M}_{D(5/6)} = \vec{M}_{F(5/6)} + DF \wedge \vec{F}_{5/6}$$

$$\vec{M}_{D(5/6)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 19 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -2573 \\ -1801,5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

D'où en réintégrant le moment dans le torseur, nous obtenons :

$$\{\mathbf{T}_{5/6}\}_D = \left\{ \begin{array}{c|c} -2573 & 0 \\ -1801,5 & 0 \\ 0 & 34475 \end{array} \right\}_D$$

② - $\vec{H}_{7/6}$: Le torseur est de cette allure :

$$\{\mathbf{T}_{7/6}\}_H = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -Y_{7/6} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{O,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

A nouveau transport au point de réduction commun à tous les torseurs :

$$\vec{M}_{D(7/6)} = \vec{M}_{H(7/6)} + DH \wedge \vec{H}_{7/6}$$

$$\vec{M}_{D(7/6)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 20 \\ 31 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -Y_{7/6} \\ 0 \end{pmatrix}$$

d'où :

$$\{\mathbf{T}_{7/6}\}_D = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -Y_{7/6} & 0 \\ 0 & -20Y_{7/6} \end{array} \right\}_D$$

→ Possibilité de résolution du système .

Il nous faut compter les inconnues statique :

- ① - $\vec{F}_{5/6}$: Aucune inconnue. 0
- ② - $\vec{D}_{3/6}$: Cinq inconnues. 5
- ③ - $\vec{H}_{7/6}$: Une inconnue. 1

Nous avons donc six inconnues statiques. Le système PFS offre la possibilité d'avoir six équations indépendantes. Le système est donc isostatique, la résolution est donc possible.

→ Principe fondamental de la statique :

$$\{\mathbf{T}_{7/6}\}_D + \{\mathbf{T}_{5/6}\}_D + \{\mathbf{T}_{3/6}\}_D = \{0\}$$

Ce qui donne de la part des projections sur tous les axes des composantes :

1. $0 - 2573 + X_{3/6} = 0$
2. $-Y_{7/6} - 1801,5 + Y_{3/6} = 0$
3. $0 + 0 + Z_{3/6} = 0$

4. $0 + 0 + L_{3/6} = 0$
5. $0 + 0 + M_{3/6} = 0$
6. $-24Y_{7/6} + 34475 = 0$

➔ *Conclusion et analyse des résultats :*

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{T}_{7/6} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -1723,75 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right]_{O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{T}_{3/6} \\ \mathbf{D} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c|c} 2573 & 0 \\ 3525,25 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right]_{O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

Nous remarquons donc que la masse maximale que peut soulever notre potence est de 1750 Kg; mais elle sera capable de soulever des masses inférieures.

Nota : Nous trouvons la masse à l'aide de cette relation : $P = m.g$ avec P en N (Kg.m/s^2), m en Kg et $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ à Paris.